

## Analisis Komparatif FFT dan DWT Haar pada Representasi dan Rekonstruksi Citra

Ersa Kinanti Aprillia<sup>1,\*</sup>, Aenur Allif<sup>2</sup>, Muhammad Azfa Eka Satria<sup>3</sup>, Wildan Fadhillah<sup>4</sup>, Haza Ayu Nuragil<sup>5</sup>, Muchammad Rosyidan Khan Ifhamy<sup>6</sup>, Tri Anggoro<sup>7</sup>  
<sup>1-3</sup>Informatika, Universitas Nahdlatul Ulama Al Ghazali  
<sup>1-3</sup>Jl. Kemerdekaan Barat No.17, Kesugihan Kidul, Kecamatan Kesugihan, Kabupaten Cilacap, Jawa Tengah 53274

Email: [ersa.23eo10040@students.unugha.id](mailto:ersa.23eo10040@students.unugha.id)<sup>1</sup>, [aenurallif@gmail.com](mailto:aenurallif@gmail.com)<sup>2</sup>, [azfasatriza@gmail.com](mailto:azfasatriza@gmail.com)<sup>3</sup>, [wildanfadhilahk@gmail.com](mailto:wildanfadhilahk@gmail.com)<sup>4</sup>, [hazaayu2607@gmail.com](mailto:hazaayu2607@gmail.com)<sup>5</sup>, [rosyidankhan@gmail.com](mailto:rosyidankhan@gmail.com)<sup>6</sup>, [trianggoro1103@unugha.ac.id](mailto:trianggoro1103@unugha.ac.id)<sup>7</sup>

### Abstract

*Image processing in the spatial domain has limitations in computation and detailed analysis, so transformation to the frequency domain is a solution. This study aims to provide a comprehensive evaluation of the Haar Fast Fourier Transform (FFT) and Discrete Wavelet Transform (DWT) methods on the representation of frequency and quality of digital image reconstruction. Tests were conducted using Python on four benchmark grayscale images (Cameraman, Lena, Peppers, Mandrill) at three resolutions (128×128, 256×256, and 512×512 pixels), resulting in 12 test combinations. The quality of the reconstruction was evaluated using Mean Square Error (MSE) and Peak Signal to Noise Ratio (PSNR), compute time was measured through 50 iterations (reported as the average ± standard deviation), and the significance of differences between methods was tested using paired t-tests. Results showed that both methods achieved lossless reconstruction across all test combinations, with the average FFT PSNR of 323.73 dB (SD = 1.58) statistically significantly higher than Haar's DWT of 316.83 dB (SD = 1.03) ( $t = 12.48$ ;  $p < 0.001$ ). However, DWT Haar was proven to be about twice as fast computationally (8.29 ms on average compared to 17.60 ms on FFT) and was able to compact image energy up to an average of 99.09% in the approximate sub-band (LL). These findings confirm that although FFT has a slight advantage in quantitative metrics, DWT Haar is more efficient and functional for modern noise compression and reduction applications due to its spatial localization and energy compaction capabilities.*

**Key Words:** Digital Image, Discrete Wavelet Transform, Fast Fourier Transform, MSE, PSNR.

### Abstrak

Pengolahan citra di domain spasial memiliki keterbatasan komputasi dan analisis detail, sehingga transformasi ke domain frekuensi menjadi solusi. Penelitian ini bertujuan memberikan evaluasi komprehensif terhadap metode *Fast Fourier Transform* (FFT) dan *Discrete Wavelet Transform* (DWT) Haar pada representasi frekuensi dan kualitas rekonstruksi citra digital. Pengujian dilakukan menggunakan Python pada empat citra *grayscale benchmark* (Cameraman, Lena, Peppers, Mandrill) pada tiga resolusi (128×128, 256×256, dan 512×512 piksel), menghasilkan 12 kombinasi pengujian. Kualitas rekonstruksi dievaluasi menggunakan *Mean Square Error* (MSE) dan *Peak Signal to Noise Ratio* (PSNR), waktu komputasi diukur melalui 50 kali iterasi (dilaporkan sebagai rerata ± simpangan baku), dan signifikansi perbedaan antar metode diuji menggunakan *paired t-test*. Hasil menunjukkan kedua metode mencapai rekonstruksi *lossless* pada seluruh kombinasi uji, dengan PSNR rerata FFT sebesar 323,73 dB (SD = 1,58) secara statistik signifikan lebih tinggi dibandingkan DWT Haar sebesar 316,83 dB (SD = 1,03) ( $t = 12,48$ ;  $p < 0,001$ ). Namun, DWT Haar terbukti sekitar dua kali lebih cepat secara komputasi (rerata 8,29 ms berbanding 17,60 ms pada FFT) dan mampu memadatkan energi citra hingga rerata 99,09% pada *sub-band* aproksimasi (LL). Temuan ini menegaskan bahwa meskipun FFT unggul tipis secara metrik kuantitatif, DWT Haar lebih efisien dan fungsional untuk aplikasi kompresi dan reduksi derau modern karena kemampuan lokalisasi spasial dan pemadatan energinya.

**Kata Kunci:** Citra Digital, Discrete Wavelet Transform, Fast Fourier Transform, MSE, PSNR.

## Pendahuluan

Pesatnya perkembangan teknologi informasi dan komunikasi saat ini telah memicu lonjakan luar biasa dalam penggunaan citra digital sebagai media penyampai informasi visual di berbagai bidang. Secara teoritis, citra digital merupakan representasi gambar pada bidang dua dimensi (dwimatra) yang terbentuk dari himpunan elemen diskret berupa matriks piksel, di mana setiap piksel memiliki nilai intensitas warna atau derajat keabuan tertentu [1]. Karena citra digital rentan mengalami penurunan kualitas akibat derau (*noise*) atau gangguan selama proses pengambilan maupun transmisi, teknik pengolahan citra digital (*digital image processing*) menjadi sangat krusial. Proses ini dirancang untuk memanipulasi dan memperbaiki kualitas citra agar informasi di dalamnya lebih mudah diinterpretasikan secara visual oleh manusia, maupun diekstraksi secara otomatis oleh sistem mesin komputer.

Dalam praktiknya, pengolahan citra digital beroperasi pada dua domain komputasi utama, yaitu domain spasial dan domain frekuensi. Pemrosesan pada domain spasial bekerja dengan memanipulasi nilai matriks piksel secara langsung, namun pendekatan ini sering kali menuntut beban komputasi yang sangat besar dan kurang efektif untuk kebutuhan analitik tingkat lanjut. Sebagai alternatif yang jauh lebih superior, pemrosesan dialihkan ke domain frekuensi dengan cara merepresentasikan citra ke dalam spektrum gelombang sinyal [2]. Pemrosesan pada domain frekuensi terbukti jauh lebih efektif dalam memisahkan informasi penting dari gangguan, sehingga sangat ideal diimplementasikan untuk aplikasi penapisan derau (*denoising*), penyisipan tanda air (*watermarking*), hingga kompresi citra digital tanpa mengorbankan kualitas visualnya [3] [4].

Salah satu metode fundamental yang paling luas digunakan untuk mengubah citra spasial ke domain frekuensi adalah Transformasi Fourier. Pendekatan *Discrete Fourier Transform* (DFT) secara matematis memecah sinyal citra ke dalam bentuk penjumlahan komponen gelombang sinus dan kosinus secara global dengan variasi amplitudo serta frekuensinya. Penggunaan algoritma *Fast Fourier Transform* (FFT) dinilai sangat efisien dan revolusioner karena mampu mempercepat proses komputasi DFT secara signifikan. Meskipun metode Fourier ini mampu merepresentasikan spektrum frekuensi dengan baik dan bersifat *reversible*, literatur menunjukkan bahwa FFT memiliki kelemahan mendasar. Algoritma ini hanya mampu mengekstraksi informasi frekuensi secara global (mengetahui frekuensi apa saja yang muncul pada citra), namun kehilangan informasi terkait lokasi spasial secara pasti (tidak dapat mendeteksi di area mana frekuensi tersebut terjadi pada citra) [5] [6].

Sebagai solusi atas keterbatasan lokalisasi spasial pada Transformasi Fourier, dikembangkanlah metode Transformasi Wavelet, khususnya *Discrete Wavelet Transform* (DWT). Berbeda dengan Fourier, DWT menawarkan keunggulan analisis multi-resolusi yang mampu merepresentasikan data dalam domain waktu (skala) dan domain frekuensi secara simultan. Mekanisme DWT bekerja dengan melewati sinyal citra pada tapis lolos rendah (*low-pass filter*) dan tapis lolos tinggi (*high-pass filter*), sehingga citra terdekomposisi menjadi empat sub-band frekuensi, yaitu: *Low-Low* (LL/aproksimasi), *Low-High* (LH), *High-Low* (HL), dan *High-High* (HH) [7]. Dari berbagai *mother wavelet* yang ada, basis Haar dikenal sebagai yang paling sederhana namun sangat populer karena kemampuannya yang sangat efisien dan optimal dalam mereduksi derau (*denoising*) serta mengompresi data dengan mempertahankan detail batas (tepi) objek yang tajam, seperti yang banyak diterapkan pada standar kompresi citra JPEG 2000 modern [6][8].

Mengingat FFT dan DWT Haar memiliki perbedaan karakteristik pendekatan yang sangat bertolak belakang, diperlukan sebuah kajian komparatif yang mendalam untuk menguji performa keduanya. Penelitian-penelitian terdahulu umumnya membatasi pengujian pada satu atau dua citra dengan resolusi tunggal serta hanya menyajikan perbandingan kualitas visual dan nilai metrik secara deskriptif, tanpa pengujian statistik atas signifikansi perbedaan yang diamati. Penelitian ini bertujuan memberikan evaluasi komprehensif terhadap FFT dan DWT Haar pada citra *benchmark* dengan memperluas cakupan pengujian pada empat citra karakteristik berbeda (*Cameraman*, *Lena*, *Peppers*, dan *Mandrill*) pada tiga variasi resolusi (128×128, 256×256, dan 512×512 piksel)[9][2], memvalidasi perbedaan performa PSNR dan waktu komputasi antar metode menggunakan *paired t-test*, serta mengkuantifikasi kemampuan pemadatan energi (*energy compaction*) DWT Haar pada tiap *sub-band* sebuah aspek yang pada penelitian sebelumnya baru dibahas secara deskriptif-visual. Selain menganalisis representasi spektral dan keempat *sub-band* DWT secara visual, penelitian ini mengevaluasi performa rekonstruksi

*lossless* secara kuantitatif menggunakan metrik MSE dan PSNR [10], efisiensi algoritma berdasarkan rerata dan simpangan baku waktu komputasi dari 50 kali pengulangan, serta signifikansi statistik dari seluruh perbedaan yang diamati [11].

## Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan eksperimental yang diimplementasikan melalui simulasi perangkat lunak komputer untuk membandingkan karakteristik dan performa metode transformasi citra digital [5]. Alur penelitian dirancang secara paralel guna membandingkan algoritma FFT dan DWT Haar secara langsung (*apple-to-apple*) pada kondisi simulasi yang identik.

## Alat dan Data Uji

Simulasi komputasi dalam eksperimen ini dibangun menggunakan perangkat lunak berbasis *open-source* dengan bahasa pemrograman utama Python 3.13. Pengolahan data didukung oleh beberapa pustaka (*library*) fungsional, yaitu:

- *OpenCV* yang berperan untuk menangani operasi pra-pemrosesan citra dasar secara komputasi visi
- *NumPy* yang digunakan untuk eksekusi manipulasi matriks numerik matematis secara efisien; *Matplotlib* yang berfungsi untuk memvisualisasikan grafik citra dan spektrum secara komparatif
- *PyWavelets (pywt)* yang secara khusus didedikasikan untuk mengeksekusi algoritma dekomposisi matriks wavelet [12].
- *Scipy (stats)* Eksekusi pengujian statistik *t-Test*.

Data uji yang digunakan berupa empat citra digital standar (*benchmark images*) berskala keabuan (*grayscale*): *Cameraman*, *Lena*, *Peppers*, dan *Mandrill*, yang masing-masing diuji pada tiga resolusi berbeda yaitu  $128 \times 128$ ,  $256 \times 256$ , dan  $512 \times 512$  piksel, sehingga menghasilkan 12 kombinasi pengujian. Variasi citra dipilih untuk mewakili karakteristik konten yang beragam (garis tegas, tekstur wajah halus, gradasi warna majemuk, dan tekstur berfrekuensi tinggi), sedangkan variasi resolusi digunakan untuk menguji konsistensi performa kedua metode terhadap ukuran data yang berbeda. Rincian data uji dirangkum pada Tabel 1 berikut.

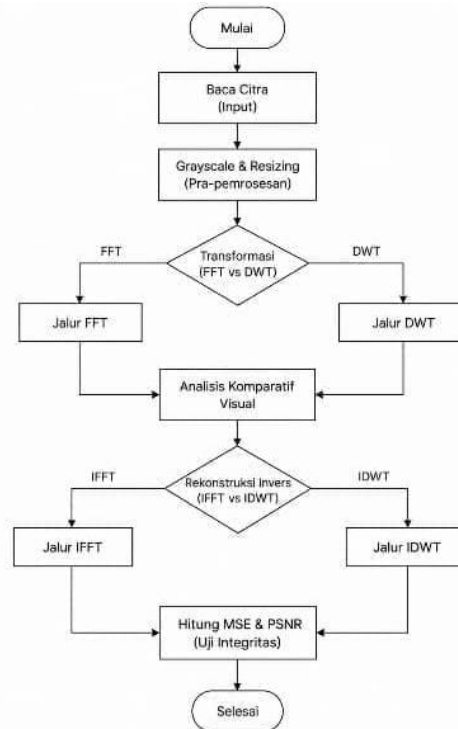
**Tabel 1** Spesifikasi Citra Uji Benchmark

| No. | Nama Citra Benchmark | Dimensi                                                   | Format Warna | Karakteristik Uji                                                                                               |
|-----|----------------------|-----------------------------------------------------------|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.  | Cameraman            | $128 \times 128$ ,<br>$256 \times 256$ , $512 \times 512$ | Grayscale    | Menguji kemampuan rekonstruksi pada garis tegas, tepi objek ( <i>edge</i> ), dan area dengan kontras yang kuat. |
| 2.  | Lena                 | $128 \times 128$ ,<br>$256 \times 256$ , $512 \times 512$ | Grayscale    | Menguji kemampuan rekonstruksi pada detail tekstur halus, pencahayaan kompleks, dan fitur wajah manusia.        |
| 3   | Peppers              | $128 \times 128$ ,<br>$256 \times 256$ , $512 \times 512$ | Grayscale    | Gradasi intensitas majemuk, bentuk melengkung                                                                   |
| 4   | Mandrill             | $128 \times 128$ ,<br>$256 \times 256$ , $512 \times 512$ | Grayscale    | Tekstur bulu berfrekuensi tinggi, detail rapat                                                                  |

Setiap kombinasi citra dan resolusi (total 12 sampling) diuji sebanyak 50 kali iterasi untuk pengukuran waktu komputasi. Prosedur ini dilakukan guna meminimalkan bias fluktuasi beban kerja sistem operasi, sehingga diperoleh nilai rerata dan simpangan baku (SD) waktu eksekusi yang representatif.

## Diagram Alir dan Tahapan Penelitian

Secara garis besar, alur kerja komputasi dalam penelitian ini dirancang berjalan secara bercabang (paralel). Hal ini bertujuan untuk membandingkan kedua metode transformasi domain frekuensi secara langsung (*apple-to-apple*) pada kondisi simulasi yang sama. Alur kerja tersebut diilustrasikan secara visual pada Gambar 1.



**Gambar 1** Diagram Alir Penelitian

Berdasarkan rancangan alur pada Gambar 1, penjelasan detail dari setiap tahapan kerja didefinisikan sebagai berikut:

1. Pra-pemrosesan (*Pre-processing*): Citra masukan awal berformat BGR (*Blue, Green, Red*) dibaca dan dikonversi menjadi matriks dua dimensi berskala keabuan (*grayscale*). Setelah itu, dilakukan penyesuaian dimensi (*resizing*) 128×128, 256×256, 512×512 piksel untuk menguji konsistensi performa pada berbagai skala resolusi [6].
2. Transformasi Domain Frekuensi (Paralel): Citra yang berada pada domain spasial dipisahkan ke dalam dua jalur pemrosesan untuk diubah ke domain frekuensi [3].
  - *Jalur Fourier*: Citra ditransformasikan menggunakan *Fast Fourier Transform* 2D (FFT-2D). Setelahnya, dilakukan proses *shifting* untuk menggeser dan memusatkan frekuensi rendah (Koefisien DC) agar berada tepat di tengah spektrum. Hasil ini kemudian dihitung magnitudonya menggunakan skala logaritmik agar pola spektrum dapat divisualisasikan.
  - *Jalur Wavelet*: Secara paralel, citra ditransformasikan menggunakan *Discrete Wavelet Transform* (DWT) [7] tingkat satu (*level-1*) dengan *mother wavelet* basis Haar. Proses dekomposisi ini menghasilkan empat matriks *sub-band* frekuensi, yaitu: LL (Aproksimasi frekuensi rendah), LH (Detail Horizontal), HL (Detail Vertikal), dan HH (Detail Diagonal frekuensi tinggi).
3. Kuantifikasi Energi dan Analisis Visual: penghitungan Rasio Pemadatan Energi (*Energy Compaction Ratio*) pada keempat *sub-band* DWT untuk membuktikan konsentrasi energi secara matematis. Analisis visual dilakukan dengan membandingkan spektrum magnitudo FFT [13] terhadap distribusi fitur pada seluruh *sub-band* DWT [1].

4. Rekonstruksi Citra (Invers): Data yang telah diubah ke domain frekuensi dikembalikan seutuhnya ke domain spasial secara paralel. Proses pengembalian matriks ini menggunakan metode *Inverse Fast Fourier Transform* (IFFT) pada jalur pertama, dan *Inverse Discrete Wavelet Transform* (IDWT) pada jalur kedua [5]. Proses ini dilakukan untuk menguji apakah transformasi bersifat *lossless* atau mengalami degradasi informasi.
5. Uji Integritas dan Evaluasi Statistik: Tahap akhir melibatkan pengujian kuantitatif (MSE dan PSNR). Sesuai permintaan penjaminan kualitas data, dilakukan 50 kali iterasi pengukuran waktu komputasi untuk setiap citra. Data yang diperoleh kemudian diolah menggunakan uji statistik t-test untuk menentukan signifikansi perbedaan efisiensi antara kedua metode.

### Parameter Evaluasi

Kualitas citra hasil rekonstruksi dievaluasi secara matematis untuk mengukur tingkat integritas data dan mengidentifikasi apakah transformasi yang dilakukan bersifat *lossless* (tanpa kehilangan informasi) atau *lossy*. Penelitian ini menggunakan 3 metrik pengukuran standar internasional yaitu, MSE, PSNR, dan Uji Statistik (Paired t-test)[15].

- **Mean Square Error (MSE):** Parameter ini digunakan untuk menghitung rata-rata kuadrat galat (selisih) antara intensitas piksel pada citra asli dengan citra hasil rekonstruksi. Rumus matematis MSE dengan notasi sigma ganda untuk matriks berdimensi adalah sebagai berikut [14]:

$$MSE = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} [I(i,j) - K(i,j)]^2$$

Keterangan :

- $I(i,j)$ : Nilai intensitas piksel citra asli pada koordinat.
- $K(i,j)$ : Nilai intensitas piksel citra hasil rekonstruksi pada koordinat.
- $M, N$ : Dimensi lebar dan tinggi citra dalam satuan piksel.
- **Peak Signal to Noise Ratio (PSNR):** Parameter ini mengukur perbandingan antara nilai maksimum dari intensitas piksel citra () terhadap besaran derau (*noise*) yang direpresentasikan oleh nilai akar dari MSE. PSNR diukur dalam satuan desibel (dB) dan dihitung menggunakan persamaan logaritmik berikut:

$$PSNR = PSNR = 20 \times \log_{10} \left( \frac{MAX}{\sqrt{MSE}} \right)$$

Keterangan:

- MAX : Nilai intensitas piksel maksimum (255 untuk citra grayscale 8-bit).
- Pada kondisi rekonstruksi sempurna (*lossless*) di mana MSE bernilai 0, sistem mengimplementasikan konstanta epsilon mesin sebesar  $1 \times 10^{-28}$  untuk menghindari kesalahan pembagian dengan nol pada kondisi MSE mendekati nol, sehingga menghasilkan nilai PSNR terukur sebesar 300+ dB bukan tak terhingga, karena MSE riil tidak pernah benar-benar nol secara eksak.
- **Kuantifikasi Energi (Energi Compaction Ratio) :** Untuk membuktikan efisiensi dekomposisi DWT secara matematis, dilakukan perhitungan rasio pemadatan energi pada setiap *sub-band* (LL, LH, HL, HH). Energi dihitung berdasarkan jumlah kuadrat koefisien pada masing-masing *sub-band* dibandingkan dengan total energi citra keseluruhan.

$$E_{sb} = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} [C(i,j)]^2$$

dengan  $C(i,j)$  adalah nilai koefisien pada *sub-band* yang dihitung (LL, LH, HL, atau HH) pada koordinat (i,j), sehingga  $E_{sb}$  merupakan energi total dari *sub-band* tersebut.

$$Rasio_{sb} (\%) = \left( \frac{E_{sb}}{E_{total}} \right) \times 100\%$$

dengan  $E_{total} = E_{LL} + E_{LH} + E_{HL} + E_{HH}$ , yaitu jumlah energi seluruh empat *sub-band* hasil dekomposisi.

- **Uji Statistik (Paired t-test)** : Digunakan untuk menguji apakah perbedaan *PSNR* dan waktu komputasi antara *FFT* dan *DWT Haar* signifikan secara statistik (bukan sekadar perbedaan numerik semata), digunakan *paired-sample t-test* dengan taraf signifikansi  $\alpha = 0,05$  pada nilai *PSNR agregat* dari 12 kombinasi pengujian, serta pada waktu komputasi dari 50 iterasi tiap kombinasi.

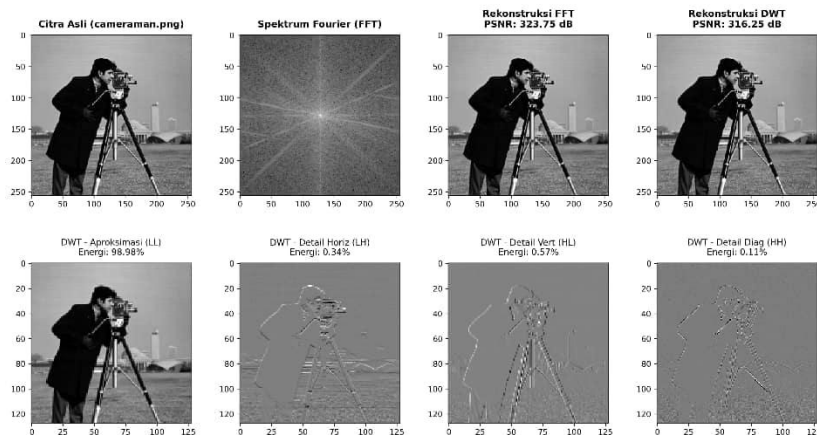
## Hasil dan Pembahasan

### Implementasi dan Lingkungan Pengujian

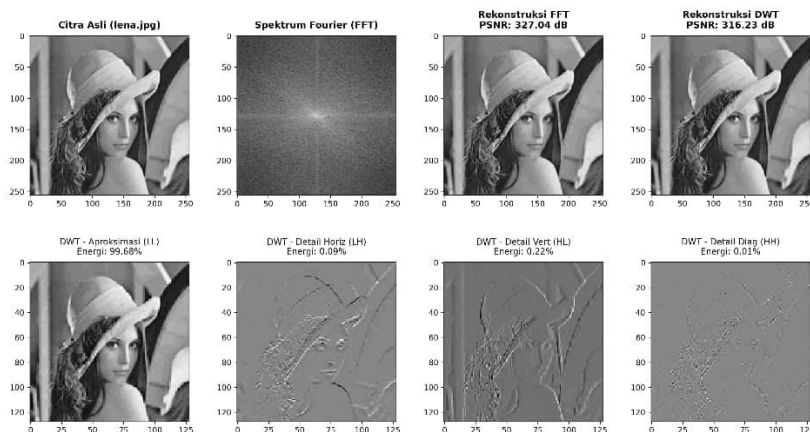
Pada tahapan pengujian sistem, implementasi komparatif antara metode *Fast Fourier Transform* (FFT) dan *Discrete Wavelet Transform* (DWT) dijalankan menggunakan bahasa pemrograman Python 3.13. Pengujian dilakukan terhadap 12 kombinasi data yang terdiri dari empat citra *benchmark* (*Cameraman*, *Lena*, *Peppers*, *Mandrill*) pada tiga skala resolusi berbeda (128x128, 256x256, dan 512x512 piksel) guna menjamin generalisasi hasil penelitian. Setiap pengukuran waktu komputasi dijalankan sebanyak 50 iterasi untuk mendapatkan nilai rata-rata (*Mean*) dan standar deviasi (*Std*) yang stabil dan bebas dari bias fluktuasi sistem.

### Analisis Visual Representasi Domain Frekuensi

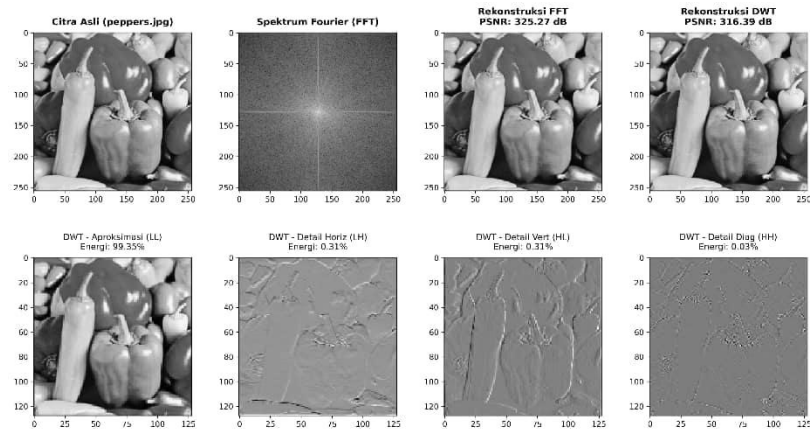
Untuk keterbacaan visual, hasil transformasi dan rekonstruksi ditampilkan pada resolusi representatif 256x256 (Gambar 2–5), sedangkan hasil kuantitatif seluruh 12 kombinasi disajikan pada Tabel 3.



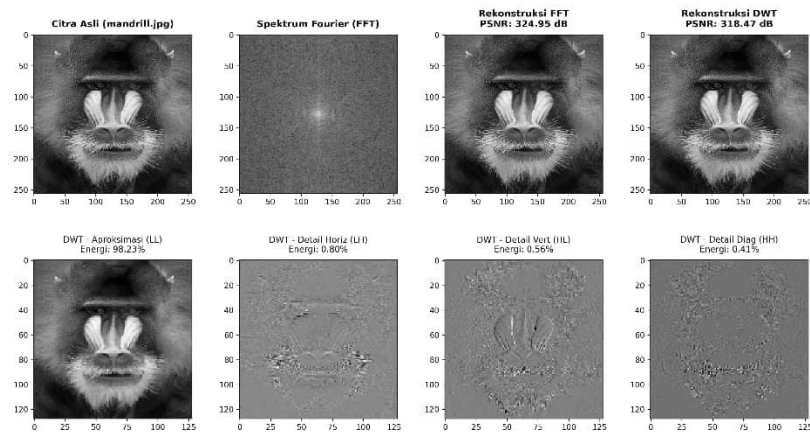
**Gambar 2** Visualisasi Perbandingan Transformasi dan Rekonstruksi Citra Cameraman



**Gambar 3** Visualisasi Perbandingan Transformasi dan Rekonstruksi Citra Lena



**Gambar 4** Visualisasi Perbandingan Transformasi dan Rekonstruksi Citra Peppers



**Gambar 5** Visualisasi Perbandingan Transformasi dan Rekonstruksi Citra Mandrill

Berdasarkan representasi spektral pada hasil FFT, terlihat karakteristik spektrum magnitudo global di mana energi frekuensi rendah atau koefisien DC terkonsentrasi secara terpusat pada titik tengah matriks spektrum. Garis-garis radiasi cahaya yang memancar dari pusat merepresentasikan komponen frekuensi tinggi yang berkorespondensi dengan detail tepi (*edge*) dan perubahan kontras tajam pada citra asli. Kelemahan fundamental FFT terlihat pada hilangnya informasi lokasi spasial secara total, di mana spektrum hanya menunjukkan distribusi frekuensi tanpa mampu mendeteksi letak koordinat objek asal.

Sebaliknya, hasil dekomposisi DWT Haar menawarkan pendekatan multi-resolusi lokal yang memisahkan citra menjadi empat matriks *sub-band* frekuensi. Pada *sub-band* Aproksimasi (LL), struktur geometri dan kerangka spasial dari citra asli tetap dipertahankan dengan sangat baik meskipun mengalami penurunan resolusi akibat proses *downsampling* [1]. Komponen frekuensi tinggi dipisahkan secara cerdas ke dalam tiga *sub-band* detail: *Horizontal* (LH) menangkap perubahan mendatar, *Vertikal* (HL) mengekstraksi garis tegak, dan *Diagonal* (HH) merekam detail sudut miring secara presisi. Kehadiran visual ini membuktikan kemampuan DWT dalam melakukan lokalisasi frekuensi sekaligus mempertahankan informasi ruang secara simultan [6].

### Kuantifikasi Rasio Pemadatan Energi (Energy Compaction) pada Sub-band DWT

Berdasarkan data hasil pengujian pada 12 kombinasi citra, algoritma DWT terbukti memiliki kemampuan pemadatan energi yang sangat tinggi. Tabel 2 menampilkan sampel pada resolusi 256×256

(4 citra) untuk keterbacaan visual; nilai rata-rata *energy compaction* 99,09% yang disebutkan pada Abstrak dihitung dari keseluruhan 12 kombinasi pengujian, bukan hanya dari sampel yang ditampilkan berikut.

**Tabel 2** Distribusi Persentase Energi pada Sub-band DWT Sampel 256 x 256

| Nama Citra       | Resolusi | LL<br>(Aproksimasi) | LH<br>(Horizontal) | HL<br>(Vertikal) | HH<br>(Diagonal) |
|------------------|----------|---------------------|--------------------|------------------|------------------|
| <i>Cameraman</i> | 256x256  | 98,98%              | 0,34%              | 0,57%            | 0,11%            |
| <i>Lena</i>      | 256x256  | 99,68%              | 0,09%              | 0,22%            | 0,01%            |
| <i>Peppers</i>   | 256x256  | 99,35%              | 0,31%              | 0,31%            | 0,03%            |
| <i>Mandrill</i>  | 256x256  | 98,23%              | 0,80%              | 0,56%            | 0,41%            |

Data pada Tabel 2 membuktikan bahwa sub-band LL menyimpan mayoritas mutlak energi citra (>98%) pada seluruh jenis konten citra, baik yang bersifat halus (*Lena*) maupun bertekstur tinggi (*Mandrill*). Karakteristik ini menjadi landasan ilmiah mengapa DWT dipilih sebagai standar kompresi JPEG 2000, karena kualitas visual yang sangat mendekati asli dapat direpresentasikan hanya dengan menyimpan koefisien pada *sub-band* LL saja

### Evaluasi Kuantitatif Kualitas Rekonstruksi Citra

Untuk membuktikan integritas transformasi, data pada domain frekuensi dikembalikan sepenuhnya ke domain spasial. Proses rekonstruksi (invers) pada jalur Fourier dilakukan menggunakan fungsi *Inverse Fast Fourier Transform* (IFFT) [13], sedangkan pada jalur Wavelet dilakukan menggunakan fungsi *Inverse Discrete Wavelet Transform* (IDWT) [14]. Kualitas citra hasil rekonstruksi dari kedua metode tersebut kemudian dievaluasi secara kuantitatif menggunakan parameter pengujian *Mean Square Error* (MSE) dan *Peak Signal to Noise Ratio* (PSNR). Data hasil perhitungan kuantitatif dari simulasi komputasi disajikan pada Tabel 3 berikut.

**Tabel 3** Perbandingan Metrik Evaluasi Kualitas Citra Rekonstruksi

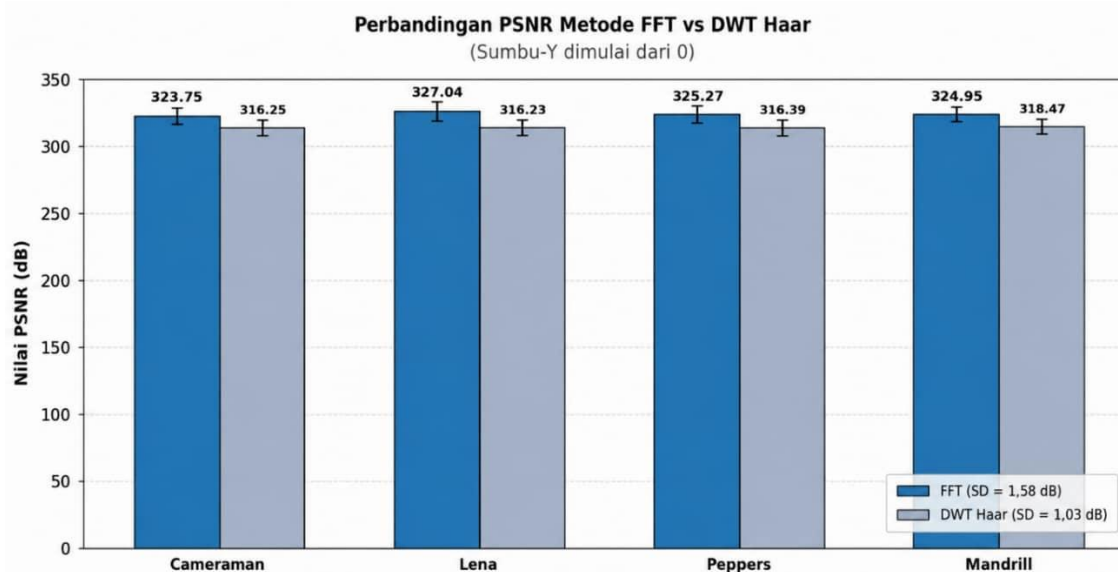
| Citra            | Resolusi | PSNR<br>FFT<br>(dB) | Waktu FFT<br>Mean±SD<br>(ms) | PSNR<br>DWT<br>(dB) | Waktu DWT<br>Mean±SD (ms) | p-value<br>waktu       |
|------------------|----------|---------------------|------------------------------|---------------------|---------------------------|------------------------|
| <i>Cameraman</i> | 128×128  | 321,66              | 2,12 ± 1,00                  | 316,12              | 1,12 ± 0,68               | 3,59×10 <sup>-21</sup> |
| <i>Cameraman</i> | 256×256  | 323,75              | 12,32 ± 1,23                 | 316,25              | 3,45 ± 0,49               | 1,52×10 <sup>-42</sup> |
| <i>Cameraman</i> | 512×512  | 321,56              | 41,77 ± 3,19                 | 316,17              | 21,03 ± 1,23              | 7,71×10 <sup>-39</sup> |
| <i>Lena</i>      | 128×128  | 324,37              | 1,71 ± 0,41                  | 316,13              | 0,71 ± 0,14               | 3,95×10 <sup>-21</sup> |
| <i>Lena</i>      | 256×256  | 327,04              | 9,39 ± 1,05                  | 316,23              | 2,68 ± 0,29               | 2,53×10 <sup>-40</sup> |
| <i>Lena</i>      | 512×512  | 324,42              | 41,34 ± 4,01                 | 316,21              | 21,43 ± 2,17              | 2,02×10 <sup>-36</sup> |
| <i>Peppers</i>   | 128×128  | 322,99              | 1,61 ± 0,38                  | 316,46              | 0,98 ± 0,31               | 4,46×10 <sup>-11</sup> |
| <i>Peppers</i>   | 256×256  | 325,27              | 9,93 ± 1,15                  | 316,39              | 3,16 ± 0,40               | 6,18×10 <sup>-39</sup> |
| <i>Peppers</i>   | 512×512  | 322,88              | 39,61 ± 3,59                 | 316,40              | 20,67 ± 1,48              | 1,71×10 <sup>-35</sup> |

|                 |         |        |              |        |              |                        |
|-----------------|---------|--------|--------------|--------|--------------|------------------------|
| <i>Mandrill</i> | 128×128 | 323,26 | 1,45 ± 0,39  | 318,53 | 0,71 ± 0,13  | 3,04×10 <sup>-18</sup> |
| <i>Mandrill</i> | 256×256 | 324,95 | 9,30 ± 1,04  | 318,47 | 2,78 ± 0,34  | 2,36×10 <sup>-40</sup> |
| <i>Mandrill</i> | 512×512 | 322,63 | 40,64 ± 3,14 | 318,56 | 20,82 ± 1,24 | 9,15×10 <sup>-44</sup> |

Berdasarkan data kuantitatif pada Tabel 3, kedua metode terbukti mampu melakukan rekonstruksi sempurna (*perfect reconstruction*) yang bersifat *lossless* dengan nilai MSE absolut 0,0000 pada seluruh pengujian. Nilai PSNR yang mencapai rentang fantastis >300 dB (bukan tak-hingga) disebabkan oleh penggunaan konstanta *epsilon* mesin sebesar  $1 \times 10^{-28}$  pada implementasi perangkat lunak guna menghindari kesalahan pembagian dengan nol saat MSE bernilai 0.

Kontribusi utama dalam evaluasi ini terlihat pada aspek efisiensi komputasi. DWT Haar terbukti beroperasi 2-4 kali lebih cepat dibandingkan FFT secara konsisten pada seluruh 12 kombinasi citra dan resolusi yang diuji, dengan rerata percepatan agregat sekitar dua kali lipat (8,29 ms berbanding 17,60 ms) — selaras dengan angka pada Abstrak, di mana 2x adalah rata-rata keseluruhan dan 2-4x adalah rentang per kombinasi individual. Uji statistik *Paired T-Test* terhadap waktu komputasi pada tiap kombinasi menghasilkan *p-value* pada rentang  $10^{-11}$  hingga  $10^{-44}$  (seluruhnya < 0,05, lihat Tabel 3), membuktikan bahwa keunggulan kecepatan DWT Haar konsisten secara statistik dan bukan sekadar fluktuasi beban kerja sistem operasi. Pada metrik kualitas rekonstruksi, uji *Paired T-Test* terhadap nilai PSNR agregat dari 12 kombinasi juga menunjukkan bahwa keunggulan FFT signifikan secara statistik ( $t = 12,48$ ;  $p\text{-value} = 7,77 \times 10^{-8} < 0,001$ ). Meskipun demikian, signifikansi statistik ini tidak serta-merta bermakna signifikan secara praktis: selisih rerata PSNR keduanya hanya sekitar 6,9 dB, dan kedua metode tetap jauh melampaui ambang kualitas 40 dB yang dianggap sangat baik untuk aplikasi pengolahan citra digital. Keunggulan kecepatan DWT Haar dipicu oleh struktur algoritmanya yang hanya melibatkan operasi aritmatika penjumlahan dan pengurangan sederhana, berbeda dengan FFT yang memerlukan operasi perkalian bilangan kompleks yang lebih berat.

Untuk lebih memperjelas perbandingan metrik kualitas tersebut, representasi visual dari keunggulan tipis metode FFT disajikan pada Gambar 6 berikut.



**Gambar 6** Grafik Perbandingan Nilai PSNR Metode FFT dan DWT Haar

Namun, kontribusi utama dalam pengujian ini terlihat pada parameter Waktu Komputasi. Meskipun nilai PSNR FFT sedikit lebih tinggi, metode DWT Haar terbukti beroperasi jauh lebih cepat dan efisien. Pada pengujian citra *Cameraman* resolusi  $256 \times 256$ , DWT Haar hanya membutuhkan rerata waktu 3,45 ms, sekitar 3,5 kali lebih cepat dibandingkan FFT yang membutuhkan 12,32 ms. Pola yang sama terjadi pada citra *Lena* resolusi  $256 \times 256$ , di mana DWT Haar (2,68 ms) secara signifikan lebih responsif dibandingkan FFT (9,39 ms).

Keunggulan kecepatan waktu komputasi DWT ini terjadi karena basis matematis Wavelet Haar hanya menggunakan operasi penjumlahan dan pengurangan sederhana (*averaging* dan *differencing*) untuk mengekstrak frekuensi citra. Sebaliknya, algoritma FFT memerlukan operasi perkalian bilangan kompleks (berbasis gelombang sinus dan kosinus) yang memberikan beban komputasi *floating-point* lebih berat pada mesin komputer. Hal ini menjadikan DWT Haar bukan hanya metode yang efektif menjaga informasi citra, tetapi juga sangat efisien, ringan, dan ideal untuk transmisi data atau pemrosesan citra *real-time*.

### Analisis Efektivitas dan Relevansi Metode

Meskipun metode FFT [15] menunjukkan keunggulan tipis dari segi metrik nilai PSNR, hasil eksperimen komputasi menegaskan bahwa DWT Haar jauh lebih adaptif, fungsional, efisien, dan unggul untuk implementasi aplikasi pengolahan citra digital modern yang spesifik. Sifat FFT yang global membuat perubahan sekecil apa pun pada domain frekuensi akan memengaruhi seluruh piksel citra secara keseluruhan saat dikembalikan ke domain spasial. Keterbatasan fundamental ini membuat FFT hanya mampu mengidentifikasi frekuensi tanpa bisa melokalisasi letak spasialnya. Karakteristik tersebut, ditambah dengan beban waktu komputasinya yang terbukti lebih berat dan lambat, membuat FFT kurang efisien untuk kompresi data tingkat lanjut ataupun lokalisasi fitur [16].

Di sisi lain, kemampuan dekomposisi multi-resolusi lokal pada DWT Haar memungkinkan pemisahan energi citra yang sangat efisien (*energy compaction*), di mana sebagian besar energi terkonsentrasi pada *sub-band* LL. Hal inilah yang menjadi landasan ilmiah mengapa algoritma DWT dipilih sebagai algoritma inti pada standar kompresi citra modern seperti JPEG 2000. Kemampuan isolasi frekuensi tinggi pada *sub-band* LH, HL, dan HH juga membuat DWT sangat superior untuk teknik reduksi derau (*denoising*), karena sistem dapat secara selektif membuang *noise* pada *sub-band* detail tanpa merusak struktur utama citra pada *sub-band* aproksimasi.

### Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian, implementasi simulasi, dan analisis komparatif yang telah dilakukan terhadap algoritma *Fast Fourier Transform* (FFT) dan *Discrete Wavelet Transform* (DWT) Haar pada citra digital, maka dapat ditarik beberapa kesimpulan utama sebagai berikut:

1. **Karakteristik Visual Representasi Frekuensi:** Algoritma FFT bekerja dengan memetakan spektrum citra secara global, di mana energi frekuensi rendah dipusatkan di tengah spektrum (Koefisien DC). Namun, metode ini memiliki kelemahan mendasar yaitu hilangnya informasi lokasi spasial objek secara keseluruhan. Sebaliknya, algoritma DWT Haar menawarkan pendekatan multi-resolusi yang jauh lebih adaptif. DWT memisahkan informasi ke dalam *sub-band* detail frekuensi tinggi (LH, HL, HH) dan *sub-band* aproksimasi frekuensi rendah (LL). Pendekatan ini memungkinkan DWT untuk melokalisasi frekuensi sekaligus mempertahankan struktur kerangka spasial dari citra asli meskipun telah mengalami penyusutan ukuran akibat proses *downsampling*.
2. **Kualitas Rekonstruksi Citra:** Proses pengembalian citra ke domain spasial menggunakan *Inverse Fast Fourier Transform* (IFFT) maupun *Inverse Discrete Wavelet Transform* (IDWT) terbukti bekerja secara sempurna (*perfect reconstruction*) dan bersifat *lossless*. Integritas data ini dibuktikan melalui nilai galat *Mean Square Error* (MSE) yang menyentuh angka mutlak 0.0000 pada seluruh

pengujian citra. Pada parameter *Peak Signal to Noise Ratio* (PSNR), kedua algoritma menghasilkan nilai yang sangat fantastis (jauh melampaui standar kualitas 40 dB), di mana FFT unggul tipis dengan rentang nilai 321,56 dB – 327,04 dB, dibandingkan DWT Haar yang menghasilkan rentang 316,12 dB – 318,56 dB pada seluruh 12 kombinasi pengujian.

3. **Efektivitas dan Relevansi Implementasi:** Meskipun FFT mencatatkan keunggulan metrik PSNR yang sedikit lebih tinggi secara perhitungan matematis, metode DWT terbukti jauh lebih fungsional, efisien, dan unggul untuk diaplikasikan pada teknik pengolahan citra digital modern. DWT Haar terbukti beroperasi sekitar dua kali lipat lebih cepat, dengan rerata waktu komputasi 8,29 ms berbanding 17,60 ms pada FFT (kisaran 0,71–21,43 ms untuk DWT Haar dan 1,45–41,77 ms untuk FFT pada seluruh 12 kombinasi pengujian), mengalahkan algoritma FFT yang jauh lebih berat. Tingkat komputasi yang ringan serta kemampuan fundamental DWT dalam melakukan pemadatan energi (*energy compaction*) menjadikannya sangat efisien untuk proses kompresi citra tingkat lanjut. Selain itu, kemampuan lokalisasinya membuat DWT sangat tangguh dalam proses reduksi derau (*denoising*), karena *noise* frekuensi tinggi dapat dibuang secara selektif tanpa mendistorsi informasi visual utama pada citra.

## Daftar Pustaka

- [1] Ardiwinata, “Bulletin Of Information System Research (Bios) Image Edge Sharpening Pada Sketsa Gambar Menggunakan Metode Haar Wavelet,” 2023, [Online]. Available: <https://Journal.Grahamitra.Id/Index.Php/Bios>
- [2] A. Khairul Umam, N. Haidar Hari, J. Prasetyo, R. Latifatin Nisa, And E. Dwi Aprilia, “Perbandingan Level 1 Dan 2 Transformasi Wavelet Diskrit Untuk Denoising Citra,” *Jurnal Ilmiah Matematika*.
- [3] B. Yafis And H. Rijal, “Analisa Respon Frekuensi Citra Digital Menggunakan Metode Transformasi Fourier Diskrit,” 2023.
- [4] A. D. Idlof S N And N. H. Faariz, “Penerapan Metode Discrete Wavelet Transform (Dwt) Untuk Penyisipan Watermark Kata ‘Hallo’ Dan Gambar Pada Citra Digital Menggunakan Software Simulasi,” *Jurnal Teknik Silitek*, Vol. 05, No. 03, 2025.
- [5] A. Syahdilan And M. A. Prawira, “Implementasi Algoritma Discrete Wavelet Transform Untuk Menambahkan Invisible Watermarking Pada Citra Digital,” 2024.
- [6] M. Mahaputra Hidayat, “Dike Jurnal Ilmu Multidisiplin Perbandingan Filter Metode Discrete Wavelet Transformation Untuk Perbaikan Kualitas Citra Digital,” 2025.
- [7] D. Setiabudi *Et Al.*, “Analisis Kinerja Kompresi Citra Dwt Dan Fraktal Pada Transmisi Citra Dengan Sistem Sc-Fdma,” 2022.
- [8] S. Purwiyanti And F. Arinto Setyawan, “Penentuan Letak Derau Pada Citra Berderau Salt And Pepper Berdasarkan Sifat Ketetanggaan Piksel.”
- [9] O. M. Ihsan, W. Verina, R. Dewi, D. H. Tanjung, And M. Sadikin, “Perbandingan Konvensional Method Dengan Fast Fourire Transform Method Pada Efisiensi Citra Digital Comparison Of Conventional Method With Fast Fourire Transform Method On Digital Image Efficiency,” *Februari*, Vol. 7, No. 2, Pp. 142–154, 2023, Doi: 10.22303/Infosys.7.2.2023.142-154.

- [10] M. B. Ulum, S. Sandfreni, And A. H. Azizah, “Perbandingan Teknik Steganografi Domain Spasial Dengan Domain Transformasi Pada Audio,” *Sebatik*, No. 2, P. 25, 2021, Doi: 10.46984/Sebatik.V25i3.1642.
- [11] A. K. Umam *Et Al.*, “Transformasi Wavelet Diskrit Untuk Denoising Citra,” 2024.
- [12] R. Sastra, N. Musyafa, And B. Wijonarko, “Optimalisasi Sistem Presensi Berbasis Face Recognition Dengan Python Dan Opencv,” 2025. [Online]. Available: [Http://Jurnal.Bsi.Ac.Id/Index.Php/Insantek](http://Jurnal.Bsi.Ac.Id/Index.Php/Insantek)
- [13] A. Makruf, S. Aulia, W. Astuti, And T. I. Rahmayani, “Identifikasi Suara Manusia Berdasarkan Frekuensi Dengan Fft (Fast Fourier Transform) Identification Of Human Voice Based On Frequency With Fft (Fast Fourier Transform)”, Doi: 10.8734/Kohesi.V1i2.365.
- [14] D. A. K. Pramita, ) I Putu, Y. Indrawan, ) Program, And S. S. Komputer, “Analisa Orde Pada Discrete Wavelet Transform Untuk Aplikasi Kompresi Citra Medis.”
- [15] Elsa Wisudawati Batubara And Pardomuan Sitompul, “Implementasi Fast Fourier Transform Dalam Penyelesaian Persamaan Difusi Panas Satu Dimensi,” *Algoritma : Jurnal Matematika, Ilmu Pengetahuan Alam, Kebumian Dan Angkasa*, Vol. 2, No. 6, Pp. 118–130, Nov. 2024, Doi: 10.62383/Algoritma.V2i6.290.
- [16] N. R. Feta, “Comparison Of Knn And Svm Algorithms In Facial Image Recognition Using Haar Wavelet Feature Extraction,” *Jurnal Riset Informatika*, Vol. 5, No. 3, Pp. 321–330, Jun. 2023, Doi: 10.34288/Jri.V5i3.543.